

Тема: «Физический смысл производной»

Представим себе, что мы едем на автомобиле по прямолинейному шоссе, при этом спидометр все время показывает одно и то же - 100 км/ч. Если мы ехали так в течение двух часов, то мы проехали 200км. Такие задачи даются и решаются в начальной школе. Скорость постоянна, и можно пользоваться формулой $S=vt$. Кроме того, если дан путь пройденный автомобилем, и время за которое он этот путь проехал, то можно найти среднюю скорость автомобиля на этом пути все по той же формуле: $S=vt \rightarrow v=S/t$.

Отметим, что спидометр показывает разные скорости. В начале и в конце движения скорость меньше, большая скорость на прямолинейных участках, где автомобилю ничего не мешает.

Что же такое мгновенная скорость? Мы должны узнать скорость в данный момент, то есть на очень маленьком промежутке пути. Здесь используем понятие производной.

Пусть тело движется прямолинейно и пройденный им путь есть функция от времени: $S=f(t)$. Тогда **мгновенной скоростью** $v(t)$ или просто **скоростью в момент времени t** назовем производную от пути $S(t)$ по времени t : где $s(м)$ – путь, $v(м/с)$ - скорость, $a(м/с^2)$ – ускорение, $t(с)$ – время.

То есть: **$v(t) = s'(t)$, $a(t) = v'(t)$**

Пример 1 Пусть прямолинейное движение точки для положительных значений t происходит по

закону $S(t) = 2t^3 - 3t^2 + 72t + 34$

Определить момент, при котором скорость движения точки равна 0.

Находим скорость точки $v(t) = S'(t) = 6t^2 - 6t + 72$

Приравнявая ее нулю, получаем квадратное уравнение: $6t^2 - 6t + 72 = 0 \rightarrow t^2 - t + 12 = 0$. Его

корни $t_1 = -3; t_2 = 4$. Поскольку t по условию положительно, то оставляем положительный корень: $t = 4$

Ответ: 4с.

Задания:

267.— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. а) Выведите формулу для вычисления скорости движения в любой момент времени t . б) Найдите скорость в момент $t = 2$ с. (Перемещение измеряется в метрах.) в) Через сколько секунд после начала движения точка остановится?

268.— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найдите скорость и ускорение в момент $t = 5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Из физики : второй закон Ньютона $F = m a$, $E_{\text{кин.}} = m v^2/2$.

274.— Найдите силу F , действующую на материальную точку с массой m , движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2$.

275.— Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + t + 1$. Координата x измеряется в сантиметрах, время t — в секундах. Найдите: а) действующую силу; б) кинетическую энергию E тела через 2 с после начала движения.

| $f(x)$ | $f'(x)$ |
|--------------------|---------------------------|
| $C - \text{const}$ | 0 |
| x | 1 |
| $Kx + b$ | k |
| x^2 | $2x$ |
| x^3 | $3x^2$ |
| x^n | $n \cdot x^{n-1}$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| \sqrt{x} | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ |
| $\cos x$ | $-\sin x$ |
| e^x | e^x |
| a^x | $a^x \cdot \ln a$ |
| $\ln a$ | $\frac{1}{x}$ |
| $\log_a x$ | $\frac{1}{x \cdot \ln a}$ |
| $\text{tg} x$ | $\frac{1}{\cos^2 x}$ |
| $\text{ctg} x$ | $-\frac{1}{\sin^2 x}$ |

Правила вычисления производных

| | |
|----------------------------------|---|
| 1. $(U + Y)' = U' + Y'$ | 3. $(U \cdot Y)' = U' \cdot Y + U \cdot Y'$ |
| 2. $(k \cdot U)' = k \cdot (U)'$ | 4. $\left[\frac{U}{Y} \right]' = \left[\frac{U' \cdot Y - U \cdot Y'}{Y^2} \right]$ |

